

## Vers le découplage de modes de rupture dans un milieu élastique orthotrope tridimensionnel.

AFOUTOU Jérôme<sup>1</sup>, DUBOIS Frédéric<sup>1</sup>, SAUVAT Nicolas<sup>1</sup>, TAKARLI Mokhfi<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Université de Limoges, Laboratoire GC2D, Egletons, France  
[jerome.afoutou@unilim.fr](mailto:jerome.afoutou@unilim.fr)

**Mots clefs :** découplage de modes ; orthotrope tridimensionnel ; intégrales invariantes ; taux de restitution d'énergie ; profil de fissuration 3D.

### Contexte et objectifs

Prévenir les ruptures fragiles des structures bois pour des modes de ruine liés à de nouveaux usages comme les immeubles ou à des ambiances hygrothermiques exigeantes est une problématique à prendre en compte afin de dynamiser leur utilisation. La réponse passe par la connaissance du comportement mécanique et des mécanismes d'endommagement et de fissuration de ces structures sous l'action des sollicitations hydrique et thermomécanique. Les outils « classiques » d'analyse sont généralement établis pour des configurations bidimensionnelles, alors que pour des grosses sections de bois au niveau des assemblages métalliques par exemple la sollicitation se fait avec un angle variable par rapport aux cernes. De plus, les propriétés mécaniques sont sujettes à la présence d'un gradient d'humidité dans la section.

La présente étude rentre dans le cadre d'une thèse qui propose le développement d'un outil de modélisation permettant d'anticiper l'apparition et le développement des pathologies de type fissuration et endommagement en y intégrant, à la fois, un comportement différé (fluage et fatigue des éléments structuraux) et l'interaction des conditions climatiques de l'environnement.

### Outils et méthodes

#### *Intégrale invariante M $\theta$ 3D*

Dans la sphère des intégrales invariantes utilisées pour évaluer les taux de restitution d'énergie, figure l'intégrale M utilisée pour découpler les modes de ruptures. Nous avons dans un premier temps généralisé l'intégrale M2D proposée par Chen et Shield (1977) pour les cas tridimensionnels. La forme générale est donnée par l'équation (1). Le premier terme représente le découplage de mode mixte pour une fissure stationnaire. Le second terme est relatif à une pression quelconque sur les lèvres de fissure tandis que le dernier terme correspond à la part de la propagation de la fissure. Une forme similaire de cette intégrale a été utilisée par Moutou Pitti R. et al. (2006) pour étudier la propagation de fissure dans un matériau viscoélastique orthotrope. (u) et (v) représentent des champs de déplacements réels et virtuels cinématiquement admissibles.

$$M_{\theta}^{3D} = \frac{1}{2} \int_V (\sigma_{ij}^u \cdot v_{i,1} - \sigma_{ij}^v \cdot u_i) \theta_{k,j} \cdot dV - \frac{1}{2} \int_{(S_{CF})} (\sigma_{ij}^v \cdot u_{i,1} + \sigma_{ij}^u \cdot v_{i,1}) \cdot n_j \cdot \theta_k \cdot dS \\ + \frac{1}{2} \int_{V_{rin}} ((\sigma_{ij}^v \cdot (u_{i,j})_{,1} + \sigma_{ij}^u \cdot (v_{i,j})_{,1}) - ((\sigma_{ij}^v \cdot u_{i,j})_{,1} + (\sigma_{ij}^u \cdot v_{i,j})_{,1})) \cdot \theta_k \cdot dV \quad (1)$$

Cette intégrale est basée sur l'utilisation d'un champ virtuel de déplacement ou de contrainte au voisinage de la fissure. Si le champ virtuel existe, l'interprétation physique est la même que celle proposée par Moutou Pitti R. et al. (2006).

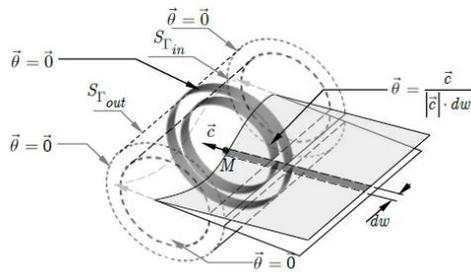


Fig. 1 : domaine d'intégration par tranche et définition du champ thêta au voisinage du fond de fissure

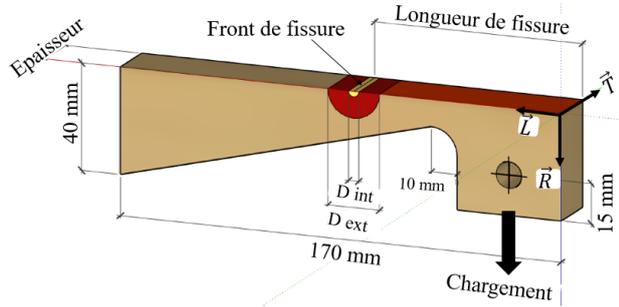


Fig. 2 : Epreuve DCBIV type modélisée

A l'opposée d'un cas bidimensionnel, les expressions analytiques pour décrire les champs de déplacements, de déformations et de contraintes proches du fond de fissure existent peu en 3D. C'est un domaine de la Mécanique Linéaire de la Rupture qui nécessite encore des explorations.

#### Développement du champ de déplacement orthotrope 3D

La démarche a consisté de partir du champ de déplacement isotrope proposé par Irwin (1957) et de remplacer les complaisances élastiques réduites isotropes par des complaisances élastiques orthotropes. Nous obtenons un champ de déplacement avec un nouveau paramètre  $k_i^*$  qui reste à optimiser.

$$u_x = \frac{C_{e1}}{4.(k_i^*+1)} \cdot k_I^\sigma \cdot \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cdot \left[ (2k_i^* - 1) \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} \right] - \frac{C_{e2}}{4.(k_i^*+1)} \cdot k_{II}^\sigma \cdot \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cdot \left[ (2k_i^* + 3) \sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right]$$

$$u_y = \frac{C_{e1}}{4.(k_i^*+1)} \cdot k_I^\sigma \cdot \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cdot \left[ (2k_i^* + 1) \sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{3\theta}{2} \right] + \frac{C_{e2}}{4.(k_i^*+1)} \cdot k_{II}^\sigma \cdot \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cdot \left[ (2k_i^* + 3) \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right]$$

$$u_z = \frac{k_{III}^\sigma}{4.\mu} \cdot \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cdot \left[ (2k_i^* + 1) \sin \frac{\theta}{2} \right]$$

(2)

où  $C_{e1}$  et  $C_{e2}$  sont les complaisances élastiques réduites orthotropes en mode I et II (Valentin et Morlier 1982).

#### Validation numérique

La modélisation est faite sur le code aux Eléments Finis Castem18. L'objectif est de prouver que  $k_i^*$  est une constante. Les éprouvettes sont des Double Cantilever Beam à Inertie Variable (Fig. 2) utilisées pour la première fois par Dubois (1997), de dimensions : Epaisseur  $\times$  80  $\times$  170  $mm^3$ . Elles sont sollicitées en mode d'ouverture (mode I) par une force unitaire de 1kN. La moitié de la géométrie est modélisée compte tenu de la symétrie géométrique et de la symétrie de chargement. Nous avons considéré un front de fissure traversant et rectiligne. Les grandeurs élastiques du bois utilisé sont issues des travaux de Guitard (1987). Le taux de restitution global est calculé à partir de l'intégrale  $G\Theta3D$  développée par El Kabir et al (2018). Après validation de l'indépendance du domaine d'intégration, des études paramétriques en fonction de la longueur de fissure et de la taille de l'éprouvette sont réalisées (Tab.1).

Tab.1 : Valeurs de  $k_i^*$  moyennées sur la longueur de fissure en fonction des épaisseurs

Epaisseur (mm)	1	10	20	60	100	140	Moyenne globale
$k_i^*$ (moyen)	2,22	2,21	2,20	2,17	2,16	2,15	2,18
cov	0,56%	0,57%	0,43%	0,25%	0,21%	0,22%	1,37%

Pour l'ensemble des épaisseurs,  $k_i^*$  connaît une variation maximale de 1,37% pour toutes longueurs de fissures, alors que la variation au sein d'une même éprouvette reste inférieure à 0,6%.

La distribution du taux de restitution le long du front de fissure (Tab. 2) est évaluée pour une longueur de fissure identique (80mm) pour toutes les épaisseurs.

Tab.2 : Valeurs de  $k_i^*$  moyennées sur la position dans le cœur de l'éprouvette en fonction de l'épaisseur (longueur de fissure : 80 mm)

Epaisseur (mm)	1	10	20	60	100	140	Moyenne globale
$k_i^*$ (moyen)	2,22	2,21	2,20	2,18	2,16	2,15	2,19
cov	0,00%	0,13%	0,18%	0,47%	0,80%	0,90%	1,32%

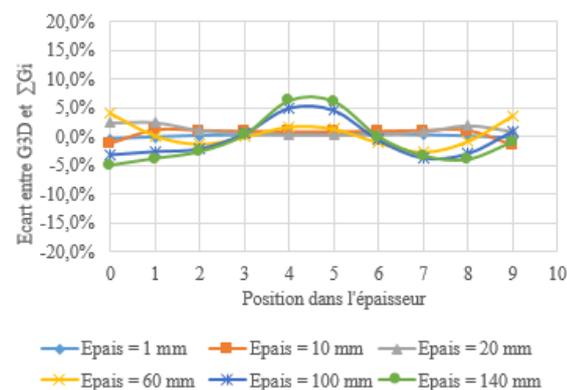
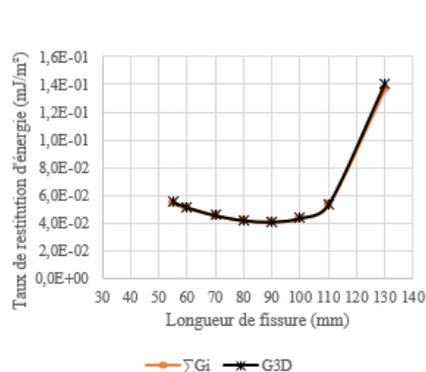


Fig.3 : Taux de restitution global et somme des découplés en fonction de la longueur de fissure (cas d'épaisseur 70mm)

Fig.4 : Ecarts entre G3D et  $\sum G_i$  pour une longueur de fissure fixe (80mm)

### Premiers résultats

Les résultats montrent que :

- L'hypothèse d'un front de fissure rectiligne est valable pour des épaisseurs jusqu'à 20mm
- Les faibles écarts (Fig. 4) majoritairement inférieurs à 6% entre le taux de restitution global et la somme des parts de chaque mode de rupture permet de prendre  $k_i^*$  constant dans toute l'épaisseur.
- Le paramètre  $k_i^*$  ne varie quasiment pas quelles que soient l'épaisseur et la longueur de fissure. On peut donc la supposer constante.
- Le champ de déplacements au voisinage du front de fissure proposé est pertinent au vue des premières validations.

- Il paraît nécessaire de retrouver le profil exact de fissure pour les grandes épaisseurs d'éprouvettes par émission acoustique afin de l'intégrer dans le modèle numérique.

### Conclusion et démarche de la thèse

Dans ce travail, nous avons présenté une approche de découplage de modes de rupture dans un matériau orthotrope dans une configuration tridimensionnelle. Le découplage est fait à partir d'un champ isotrope de déplacement au voisinage du fond de fissure que nous avons modifié pour intégrer des effets d'orthotropie à partir des complaisances élastiques réduites. Les résultats obtenus sont une première étape de validation de la généralisation de l'intégrale  $M\theta^{3D}$ .

Pour la suite de la thèse, il s'agira de généraliser en 3D, les intégrales invariantes T et A développées par Riahi et al (2016) pour les configurations bidimensionnelles. Par la suite, l'intégrale A sera implémentée sur Castem pour un comportement élastique, puis viscoélastique pour tenir compte du comportement différé du bois. Enfin, dans la deuxième partie de la thèse, la localisation du front de fissure sera recherchée par une validation expérimentale grâce aux outils de l'émission acoustique et de la corrélation d'images numérique.

### Références

- Chen H., Shield T. (1977). Conservation laws in elasticity of the J-integral type. Journal of Applied Mathematics and Physics (ZAMP), 28, 1-22.
- Dubois F. (1997). Modélisation du comportement mécanique des milieux viscoélastiques fissurés : application au matériau bois. Thèse de Doctorat, Université de Limoges.
- El Kabir S., Dubois F., Moutou Pitti R., Recho N., Lapusta Y. (2018). A new analytical generalization of the J and G-theta integrals for planar cracks in a three-dimensional medium. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 94, 101-109.
- Guitard D. (1987). Mécanique du matériau bois et Composites. Cépaduès éditions.
- Irwin, G. (1957). Analysis of stresses and strains near the end of crack traversing a plate. J. Appl. Mech, 24, 361-364.
- Moutou Pitti R., Dubois F., Petit C., Sauvat N. (2006). Découplage des modes de rupture dans un matériau viscoélastique orthotrope : application au matériau bois. XXIVièmes Rencontres Universitaires de Génie Civil (pp. 1-9).
- Moutou Pitti, R., Dubois F., Petit C., Sauvat N. (2007). Mixed mode fracture separation in viscoelastic orthotropic media: numerical and analytical approach by the  $M\theta^v$ -integral. Int. J. Fract, 145, 181-193.
- Riahi H., Moutou Pitti R., Dubois F., Chateaneuf A. (2016). Mixed-mode fracture analysis combining mechanical, thermal and hydrological effects in an isotropic and orthotropic material by means of invariant integrals. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 85, 424-434.
- Valentin G., Morlier P. (1982). A criterion of crack propagation in timber. Matériaux et Constructions, 88, 291-298.